The Journal of ECONOMICS and PEDAGOGY

JEP

Maqola turi (Maqola, Iqtisodiyot, Adabiyotlar sharhi)

Korrelyasion va regression tahlil

Abdullayev Abdumuxtar Ganiyevich [1*]

[1] University of economocs and pedagogy; Andijon; O‘zbekiston; e-mail: abdullayev7591@gmail.com.
* Yozishmalar: e-mail: abdullayev7591@gmail.com; +998936317236: (171003; Andijon viloyati, Oltinko‘l tumani, Mehnat MFY, Do‘stlik ko‘chasi 45-uy; University Of Economics And Pedagogy NOTM; Boshlang‘ich ta’lim kafedrasi mudiri; Andijon; O‘zbekiston)

Abstrakt

Ushbu ilmiy-metodik maqolada aniqlanuvchi (bog’liq) va aniqlovchi (erkli) kattaliklarni o’zaro bog’liqliklarini ifadslovchi ko’rsatkichlar (korrelyasion koyeffisient, juft korrelyasiya, ko’plikdagi korrelyasiya) hossalari va hisoblash usullari, shunigdek ular haqidagi statistik farazlarni tekshirish usullari keltirilgan. Shuningdek maqolada aniqlanuvchi ko’rsatkichni aniqlovchi ko’rsatkichlar bilan bog’liqliklari ko’rinishlari (chiziqli regressiya tenhlamalari) ni toppish va ularning koeffisientlarini baholash masalalari ham o’rganilgan.

Kalit so‘zlar: korrelyasiya, regressiya, farqlanish darajasi, bog’liqsiz, aniqlanuvchi, aniqlovchi.

Type of the Paper (Article, Economics, Review)

Correlation and regression analysis

Abdullayev Abdumuxtar Ganiyevich [1*]

[1] University of economocs and pedagogy, Andijan; Uzbekistan; e-mail: abdullayev7591@gmail.com
* Correspondence: abdullayev7591@gmail.com; +998936317236: (171003; Andijan region, Altynkul district, Mehnat MFY, 45, Dostlik street; University of economics and pedagogy; Head of the Department of Primary Education; Andijan; Uzbekistan)

Abstract

This research and methodological article examines the properties and calculation methods for indicators characterizing the relationships between dependent and independent variables (such as the correlation coefficient, as well as simple and multiple correlation), along with methods for testing statistical hypotheses regarding these indicators. Furthermore, the article analyzes issues related to determining the form of the relationship between dependent and independent variables (linear regression equations) and estimating their coefficients.

Keywords: correlation, regression, level of difference, independent, dependent, determinant.

Academic Editor: Mirzayev Sarvarbek Avazbekovich

Received: 10.05.2026
Revised: 22.05.2026
Accepted: 16.06.2026
Published: 26.06.2026

Copyright: © 2026 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.

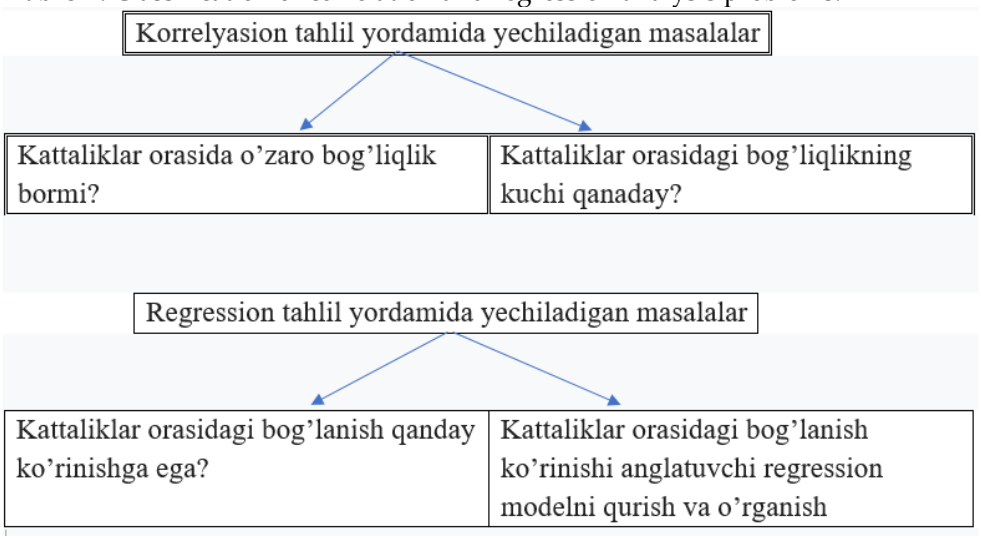
1. Kirish

O‘zgaruvchilar o‘rtasidagi statistik bog‘liqliklarni dispersiya, korrelyatsiya va regressiya tahlili yordamida o‘rganish mumkin. Dispersiya tahlili usullari muayyan omilning o‘rganilayotgan jarayonga ta’sirini aniqlaydi. Korrelyatsiya tahlili bunday bog‘liqlik kuchini baholash imkonini bersa, regressiya tahlili usullari aniq matematik modelni tanlash va uning mosligini baholashga imkon beradi.

Korrelyatsiya - bu o‘zgaruvchilarning o‘zaro muvofiqlashgan o‘zgarishi bo‘lib, u bir o‘zgaruvchining o‘zgarishi boshqa bir o‘zgaruvchining o‘zgarishiga mos kelishini aks ettiradi. Juft korrelyatsiya- bu ikki tasodifiy o‘zgaruvchi o‘rtasidagi bog‘liqlikni o‘rgansa, ko‘p omilli korrelyatsiya kattaroq sondagi o‘zgaruvchilar bilan ishlaydi. Korrelyatsion tahlilning asosiy maqsadi tasodifiy o‘zgaruvchilar o‘rtasidagi bog‘liqlikni aniqlash va baholashdan iborat bo‘lsa, regressiya tahlilining asosiy maqsadi ushbu o‘zgaruvchilar o‘rtasidagi bog‘liqlik ko’rinishini belgilash va uni o‘rganishdir.

Jadval-1. Korrelyasion va regression tahlil masalalari klasifikasiyasi.

Table-1. Classification of correlation and regression analysis problems.



2. Materiallar, usullar va natijalar.

1. Korrelyasion tahlil.

Aytaylik biror ξ va η kattaliklar orasidagi o’zaro bo’g’lanish o’rganilayotgan bo’lib, bu kattaliklarning qiymatlari to’plamidan n hajmli

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) \qquad (1)$$

– tanlanma ayratib olingan bo’lsin. Ajratib olingan kuzatish natijalarini dakart koordinatalar sistemasidagi nuqtalar kabi ifodalab olish bilan, tanlanmaning tarqoqlik diagrammasini yoki korrelyasion maydonini hosil qilamiz. Ba’zan korrelyasion maydon ko’rinishiga ko’ra o’rganilayotgan kattaliklarning bo’g’liqlik xarakteri haqida dastlabki hulosalar olish mumkin bo’ladi.

Tanlanma korrelyasiya koyeffitsiyenti deb, (1) to’plam yordamida hisoblanadigan quyidagi kattalikga aytiladi:

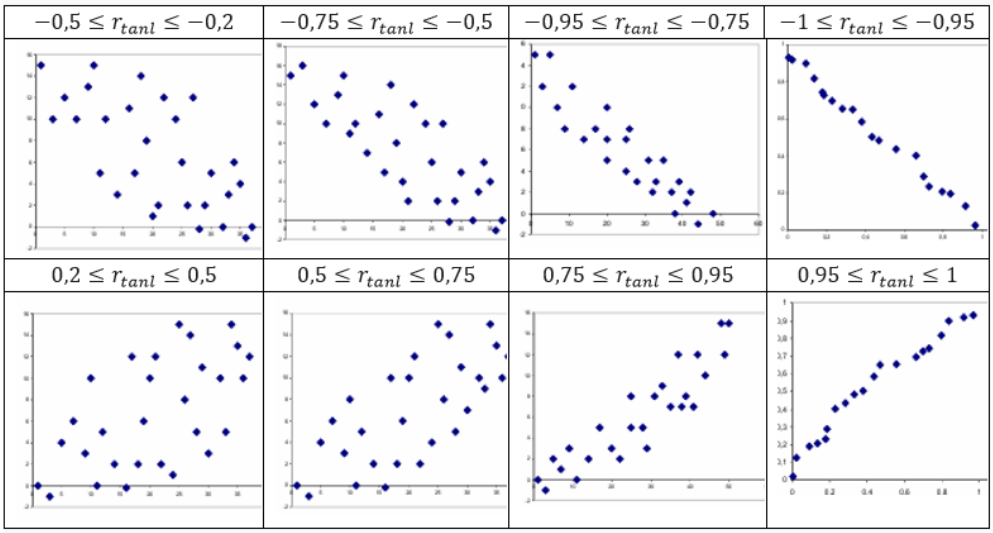
$$r_{tanl} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\tilde{S}_x \tilde{S}_y} \qquad (2)$$

bu erda $|r_{tanl}| \leq 1$ ekanligini ko’rsatish qiyin emas.

Quyidagi rasmda tanlanma korrelyasiya ko’rsatkich qiymatlar bilan korrelyasion maydonning o’zaro bog’liqligi keltirilgan:

Rasm-1. Korrelyasion maydonning ko'rinishlari.

Image-1. Types of correlation fields.



Amaliyotda tasodifiy kattaliklar o'rtasidagi korrelyatsiyaning ahamiyatliligi, ya'ni korrelyatsiya koeffitsiyentining noldan chetlanish darajasi ahamiyatlimi yoki ahamiyatsizmi degan farazni tekshirish masalasi muhimdir.

Buning uchun berilgan α - farqlanish darajasi bilan nazariy korrelyasiyaning 0 ga tengligi haqidagi boshlang'ich faraz tekshiriladi: $H_0: r = 0$.

Agar boshlang'ich faraz rad etilsa o'rganilayotgan kattaliklar (1- α)·100% -ishonch bilan o'zaro bog'liq deb, aksincha boshlang'ich faraz qabul qilinsa, o'rganilayotgan kattaliklar o'zaro bog'lanmagan deb hulosa qilinadi.

Ushbu farazni tekshirish uchun quyidagi statistikadan foydalanamiz ([4]):

$$t_{tanl} = r_{tanl}\sqrt{\frac{n-2}{1-r^{\,2}_{tanl}}} \qquad (3)$$

Agar bu satatistikaning tanlanma qiymati $(-t_{\frac{\propto}{2},n-2}, t_{\frac{\propto}{2},n-2})$ oraliqda yotsa,

(bu erda $t_{\frac{\propto}{2},n-2}$ -kattalik "Styudent taqsimoti"ning qiymatlar jadvalidan olinadi)

boshlang'ich faraz $H_0: r = 0$ ni rad etishga asos yo'q deb hisoblanadi va o'rganilayotgan ξ va η kattaliklar orasidagi korrelyasion bog'lanish ham sezilarli emas deb olinadi. Aksincha bo'lsa, ya'ni (3) tenglik yordamida hisoblangan t_{tanl} qiymati $(-t_{\frac{\propto}{2},n-2}, t_{\frac{\propto}{2},n-2})$ oraliqda yotmasa, u holda $H_0: r = 0$ faraz rad etilib, ξ va η kattaliklar orasida korrelyasion bog'liqlik bor va u sezilarli deb olinadi.

Misol 1. Quyida ξ va η kattaliklarni tajribada kuzatish natijasida $n = 30$ hajmli $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ to'plam olingan. Unga ko'ra r_{tanl} qiymatini toping va berilgan $\alpha = 0{,}05$ - farqlanish darajasi bilan nazariy korrelyasiyaning 0 ga tengligi haqidagi $H_0: r = 0$ -boshlang'ich farazni tekshiring.

Jadval-2. Tajribada kuzatilgan qiymatlar.

Table-2. Values observed in the experiment.

x_i	1,37	0,11	1,56	-0,11	0,23	-0,76	-0,13	-0,64	-0,46	-0,88
y_i	0,08	0,64	1,59	1,75	0,74	0,89	1,44	0,72	1,26	0,03

-0,56	1,28	1,16	-0,30	-0,31	1,13	-0,17	0,60	-1,16	2,65	1,55
0,92	0,51	0,52	0,43	1,06	0,47	0,11	1,27	1,33	0,32	1,48

0,29	-2,16	-0,77	0,93	0,01	-1,56	1,59	-1,13	-1,74
1,61	1,47	0,98	0,54	0,59	0,34	0,17	0,20	0,27

Yuqorida keltirilgan (2) formula yordamida tanlanma korrelyasiya ko'rsatkichini hisoblaymiz:

$$r_{tanl} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\tilde{S}_x \tilde{S}_y} = \frac{\frac{1}{30}(1{,}37\cdot 0{,}08 + \cdots + (-1{,}74)\cdot 0{,}27) - 0{,}05\cdot 0{,}79}{1{,}12\cdot 0{,}52} \approx -0{,}08 \ .$$

Tanlanma koyeffisientining 0 ga tengligi haqidagi boshlang'ich farazni berilgan $\alpha = 0{,}05$ bo'yicha tekshiramiz. Buning ucnun Styudent mezonidan foydalanamiz. Ushbu mezon statistikasining tanlanma qiymatini hisoblaymiz:

$$t_{tanl} = r_{tanl}\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2_{tanl}}} = -0{,}08\cdot\sqrt{\frac{30-2}{1-(-0{,}08)^2}} \approx -0{,}4.$$

Ozodlik darajasi $n-2 = 28$ bo'lgan Styudent taqsimotining $\frac{\alpha}{2}\cdot 100\%$ =2,5% lik qiymatini jadvaldan aniqlaymiz: $t_{\frac{\alpha}{2},n-2} = t_{\frac{0{,}05}{2},28} = 2{,}048.$

$|t_{tanl}| < t_{\frac{0{,}05}{2},28}$ bo'ladi chunki 0,4 < 2,048. Demak $H_0: r = 0$ -boshlang'ich farazni rad etishga asos yo'q va shuning uchun o'rganilayotgan ξ va η kattaliklarni o'zaro ta'sirga ega emas deyishimiz mumkin bo'ladi.

2. Chiziqli regression tahlil.

Ko'pincha kuzatilayotgan tasodifiy miqdorning bir yoki bir nechta boshqa o'zgaruvchilarga qanday bog'liqligini aniqlash talab etiladi. Regression tahlil - bu bog'liq o'zgaruvchi hamda bir yoki bir nechta erkli o'zgaruvchilar o'rtasidagi bog'liqlik ko'rinishlarini aniqlash va undagi hatoliklarni tahlil qilishni o'rganuvchi bo'limdir.

Aytaylik biror ξ va η kattaliklar qiymatlarini kuzatish natijasida quyidagi

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ (1)

– tanlanma ayratib olingan bo'lsin. Bu tanlanma asosida η o'zgaruvchini ξ ga bo'gliqgliqligini o'rganayotgan bo'laylik. Umumiy holda η ning ξ ga bo'g'liqligi quyidagi umumlashgan regressiya tenglamasi ko'rinishida bo'ladi:

$y = f(x, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$ (4),

bu erdagi $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ lar regressaya koyeffisiyentlari deyiladi.

Regressiya nazariyasining muhim masalalaridan biri bu regressiya koyeffisiyentlarini baholash masalasidir. Buning uchun eng kichik kvadratlar usulidan foydalaniladi. Bu usulda noma'lum β_i larning bahosi sifatida η ning kuzatilgan qiymatlari y_i bilan ularga mos $\tilde{y}_i = f(x_i, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$ lar farqlarining kvadratlari yig'indisini minimumga erishturuvchi qiymatlar olinadi. Ya'ni :

$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \tilde{y}_i)^2 \Longrightarrow min$ (5)

Eng kichik kvadratlar usulida (5) tenglikdagi yig'indiga minimal qiymat beruvchi β_i lar differensial hisob metodlaridan foydalanib topiladi.

Agar η ning ξ ga bo'g'liqligini chiziqli deb faraz qilsak, u holda regressiya tenglamasi quyidagi sodda ko'rinishda bo'ladi:

$y = \beta_0 + \beta_1 x$ (6) ,

bu erda β_0 va β_1 lar chiziqli regressiya koyeffisiyentlaridir.

Bu holda (5) tenglik quyidagicha yoziladi:

$G(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \Longrightarrow min$ (7)

Yuqoridagi chizmada ε_i larning qanday hosil bo'lishi ko'rsatilgan.

(7) tenglikda berilgan ikki o'zgarubchili $G(\beta_0, \beta_1)$ funksiyaning minimumga erishish sharti differensial hisob nazariyasiga ko'ra, bu funksiyadan β_0 va β_1 noma'lumlar bo'yich olingan hususiy hosillarni nolga tenglab hosil qilingan ikki noma'lumli ikkita tenglamalar:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

sistemasini yechib topiladi.

Bu tenglamalar sistemasini birgalikda yechib β_0 va β_1 noma'lumlar uchun quyidagi yechimlarni topish qiyin emas ([1], [2]) :

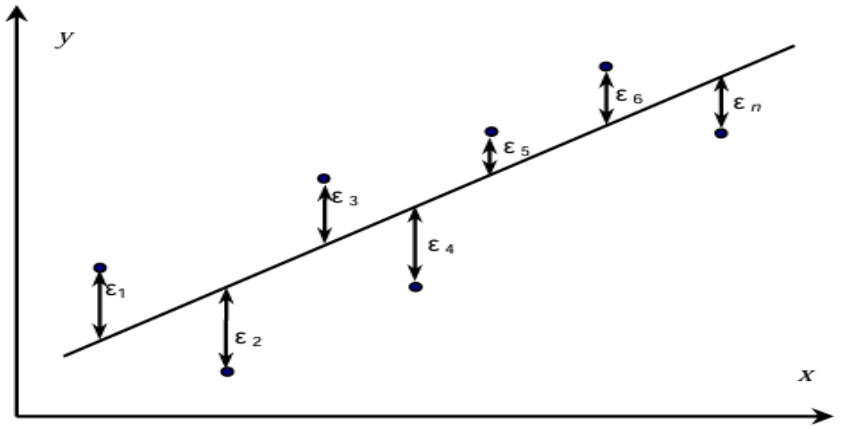
$b_0 = \bar{y} - r_{tanl} \cdot \frac{S_y}{S_x} \cdot \bar{x}$

$b_1 = r_{tanl} \cdot \frac{S_y}{S_x}$,

bu erdagi b_0 va b_1 lar mos ravishda β_0 va β_1 larning eng kichik kvadrat usuli bilan topilgan baholari bo'ladi.

Rasm-2. Tajriba natijalari bilan regressiya chizig'i orasidagi farqlar ([3]).

Image-2. Differences between experimental results and the regression line ([3]).



Misol 2. Yuqoridagi misolda berilgan tanlanma asosida

a) η ning ξ ga nisbatan regrassiya tenglamasini toping.

b) ξ ning η ga nisbatan regressiya tenglamasini toping

1) η ning ξ ga tanlanma chiziqli regressiya tenglamasi $y = b_1 x + b_0$ ko'rinishda bo'lib, undagi b_0 va b_1 koyeffisiyentlar quyidagicha hisoblanadi:

$b_0 = \bar{y} - r_{tanl} \cdot \frac{S_y}{S_x} \cdot \bar{x} \approx 0{,}79 - (-0{,}08) \cdot \frac{0{,}51}{1{,}12} \cdot 0{,}05 \approx 0{,}79$;

$b_1 = r_{tanl} \cdot \frac{S_y}{S_x} = (-0{,}08) \cdot \frac{0{,}51}{1{,}12} \cdot 0{,}05 \approx -0{,}03.$

Shunday qilib izlanayotgan regressiya tenglamasini topamiz: $y = -0{,}03x + 0{,}79$.

2) ξ ning η ga nisbatan regressiya tenglamasi $x = b_1^* y + b_0^*$ ko'rinishida bo'lib, undagi noma'lum parametrlar quyidagi tarzda hisoblanadi:

$$b_0^* = \bar{x} - r_{tanl} \cdot \frac{S_x}{S_y} \cdot \bar{y} \approx 0{,}05 - (-0{,}08) \cdot \frac{1{,}12}{0{,}51} \cdot 0{,}79 \approx 0{,}19;$$

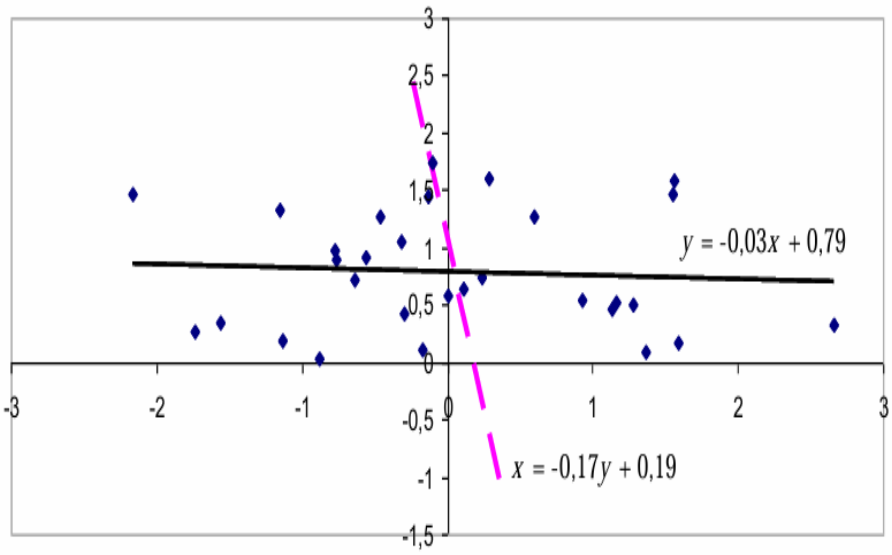
$$b_1^* = r_{tanl} \cdot \frac{S_x}{S_y} = (-0{,}08) \cdot \frac{1{,}12}{0{,}51} \approx -0{,}17.$$

Shunday qilib izlanayotgan regressiya tenglamasini topamiz: $x = -0{,}17y + 0{,}19$.

Topilgan regressiya tenglamalarini koordinatalar sistemasidagi ko'rinishini keltiramis:

Rasm-3. Topilgan regressiya to'g'ri chiziqlarining koordinatalar sistemasidagi ko'rinishi.

Image-3. The appearance of the obtained regression lines in the coordinate system.



3. Hulosalar

Ushbu ilmiy-metodik risolada ikki o'lchovli kattaliklarni o'zaro ta'sirini o'rganish uchun korrelyasion hamda regression tahlilni qo'llash usullarini sodda misollar yordamida keltirdik. Ushbu risolada keltirilgan metodlardan iqtisodiyot, pedagogika, va o'qitish metodlaridan ilmiy-tadqiqot olib borayotgan izlanuvchilar hamda ekonometrika fanidan dars o'tuvchi o'qituvchlar va talabalar foydalanishlari mumkin.

Muallif haqida ma'lumot: Abdullayev Abdumuxtar Ganiyevich, "University of economocs and pedagogy", dotsent, orcid: 0009-0008-0892-7333, abdullayev7591@gmail.com,O'zbekiston, 171003, Andijon viloyati, Oltinko'l tumani, Mehnat MFY, Do'stlik ko'chasi 45-uy.

Information about the author: Abdullayev Abdumuxtar Ganiyevich, "University of economocs and pedagogy", dotsent, orcid: 0009-0008-0892-7333, abdullayev7591@gmail.com, Uzbekistan, 171003, Andijan region, Altynkul district, Mehnat MFY, 45, Dostlik street.

References

[1] Г. Шодманова, С.С. Мирзаев, ПРИКЛАДНАЯ ЭКОНОМЕТРИКА, ашкент, 2023 .
[2] Habibullayev, EKONOMETRIKA, Tashkent, 2020.
[3] В.А. Бывшев. Эконометрика. М.: Финансы и статистика, 2008.
[4] C. Dougherty. INTRODUCTION TO ECONOMETRICS. Oxford, University Press, 2007.

Disclaimer/Publisher's Note: The statements, opinions and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of JEP and/or the editor(s). JEP (The Journal of Economics and Pedagogy) and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions or products referred to in the content.

Nashriyot qaydi: Ushbu jurnalda chop etilgan barcha materiallarda bayon qilingan fikrlar, qarashlar va ma'lumotlar faqat muallif(lar) va materialni taqdim etgan shaxs(lar)ga tegishli bo'lib, jurnal tahririyati yoki muharrir(lar)ning rasmiy nuqtai nazarini ifoda etmaydi. JEP (The Journal of Economics and Pedagogy) hamda uning muharrir(lari) mazkur nashrda keltirilgan g'oyalar, usullar, ko'rsatmalar yoki mahsulotlardan foydalanish natijasida insonlar yoki mol-mulkka yetkazilgan har qanday zarar uchun javobgarlikni o'z zimmasiga olmaydi.